

ARBITRAGEM ESTATÍSTICA ENTRE DOIS ATIVOS: UM ESTUDO DA ABORDAGEM DE COINTEGRAÇÃO NO BRASIL ENTRE 2003 E 2014

*STATISTICAL ARBITRAGE BETWEEN TWO ASSETS: THE COINTEGRATION APPROACH IN
BRAZIL BETWEEN 2003 AND 2014*

DOI: <http://dx.doi.org/10.13059/racef.v8i2.447>

Julio Fernando Costa Santos^a e Marcelo de Sales Pessoa^b

^a **Julio Fernando Costa Santos**

arnldin@gmail.com

Universidade Federal de Uberlândia (UFU)

^b **Marcelo de Sales Pessoa**

marcelo.dspessoa@gmail.com

Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada - IPEA/RJ, Instituto Brasileiro de Mercado de Capitais - IBMEC/RJ e Fundação Getúlio Vargas - FGV/RJ

Data de envio do artigo: 13 de fevereiro de 2017.

Data de aceite: 05 de abril de 2017.

Palavras-chave:

Pairs Trading; Arbitragem Estatística; Cointegração; Trade Quantitativo.

Resumo

Este artigo investiga o desempenho da estratégia de arbitragem estatística (*Pairs Trading*) utilizando os testes de cointegração para ações negociadas na Bovespa no período de 2003 a 2014. Foram testadas diferentes bandas de abertura, fechamento e *stop*. A partir desses resultados, separaram-se três estratégias diferentes para análise mais detalhada. A estratégia 1 obteve retorno líquido médio de 5,24% a.a. e Índice de Sharpe (IS) anualizado médio de 0,33. A estratégia 2 conseguiu retorno líquido médio de 5,1% a.a. e IS anualizado médio de 0,31. A estratégia 3 apresentou retorno líquido médio de 8,29% a.a. e IS anualizado médio de 0,54. As três estratégias foram separadas em carteiras para análise de desempenho. A performance da carteira composta pela estratégia 1 foi superior às demais, confirmando a hipótese do desvio ótimo de Vidyamurthy (2004). Os resultados obtidos reforçam a importância do uso da cointegração em estratégias *Pairs Trading*.

Keywords:

Pairs Trading; Statistical Arbitrage; Cointegration; Quantitative Trade.

Abstract

This paper investigates the performance of Pairs Trading using the cointegration tests for stocks traded on Bovespa from 2003 to 2014. Different bands of opening, closing and stop were tested. From these results, three different strategies were separated for more detailed analysis. Strategy 1 achieved an average net return of 5.24% p.a. And Sharpe Index (SI) averaged 0.33. Strategy 2 achieved an average net return of 5.1% p.a. And an annualized SI of 0.31. Strategy 3 showed an average net return of 8.29% p.a. and an annualized SI of 0.54. The three strategies were separated into portfolios for performance analysis. The performance of the portfolio composed by strategy 1 was superior to the others, confirming the hypothesis of the optimal deviation of Vidyamurthy (2004). The results obtained reinforce the importance of the use of cointegration in Pairs Trading strategies.

1. INTRODUÇÃO

Pairs Trading, ou arbitragem estatística, é uma estratégia em bolsa na qual se opera o *Spread*¹ ou *Ratio*² de dois ativos financeiros. Seu objetivo principal é obter ganhos com ativos financeiros cujos preços caminhem juntos ao longo do tempo. Nessa operação, inicialmente, estima-se um valor de equilíbrio para o *Spread*. Em seguida, quando ocorrem movimentos significativos no *Spread*, monta-se uma estratégia de compra e de venda desses ativos, numa aposta no retorno ao valor de equilíbrio. Caso esse retorno ocorra, desfaz-se a operação, realizando o lucro.

Na prática do mercado de capitais, trata-se do seguinte algoritmo: analisam-se duas ações que,

historicamente, variem conjuntamente ou que possuam uma matriz de fatores econômicos comuns. Geralmente, usa-se a correlação dos retornos diários como medida estatística para identificar os possíveis pares. Após essa identificação, calcula-se o *spread* médio e o desvio-padrão do *spread* em um determinado período. Toda vez que o *spread* supera certo número de desvios-padrão, compra-se a ação perdedora e vende-se a descoberto a ação ganhadora. Se o *spread* retornar à média, desfaz-se a operação, vendendo a ação comprada e comprando a ação vendida, realizando o lucro.

No caso brasileiro, a venda a descoberto é realizada alugando-se um ativo pelo Banco de Títulos (BTC). Esse realiza a intermediação de empréstimos tanto para os que querem emprestar (doadores)

¹ *Spread* é o termo em inglês para denominar o diferencial de preços entre duas ações. Também é conhecido como valor relativo. No caso de ações, o *Spread* entre elas é igual a valor da Ação1 – valor da Ação 2.

² *Ratio* é a razão entre dois ativos financeiros. No caso de ações, o *Ratio* entre elas é igual a valor da Ação1/valor da Ação2.

como para os que querem tomar emprestado (tomadores). Com uma taxa de crescimento anual de 48,34% (entre 2003 e 2013) no volume de operações realizadas via BTC, o mercado de aluguel de ações no Brasil tem apresentado queda nas taxas praticadas. A taxa média era de cerca de 6% a.a. em 2004 e passou para menos de 3% a.a. em 2011. Assim, reduziram-se os custos de transação para quem realiza esse tipo de estratégia. Por isso, devemos esperar um crescimento desse tipo de operação.

Entre os trabalhos realizados com *Pairs Trading* no mercado internacional e nacional, não há uma metodologia única para a estratégia. As diferenças podem ser encontradas nas diversas abordagens para mensurar se os ativos caminham juntos ao longo do tempo. A maneira mais difundida para analisar pares com essa característica é a correlação dos retornos. No entanto, a correlação não garante reversão à média³ nem equilíbrio de longo prazo. Uma indicação possível dessa reversão vem da análise da cointegração⁴. Além disso, os analistas usam diferentes bandas para abertura e para fechamento de operações, assim como para o controle de risco.

A abordagem da cointegração para *Pairs Trading* no mercado brasileiro já foi avaliada por Caldeira (2013), Imamura (2009) e Kabashima (2003). O trabalho aqui realizado se assemelha à metodologia proposta por Caldeira (2013). No entanto, este analisou apenas a situação com a banda de abertura em dois desvios-padrão (σ) e fechamento das operações em $\pm 0,5\sigma$. Conforme sugerido por Vidyamurthy (2004), é necessário obter características do resíduo para que possamos estimar a banda ótima de abertura de operações. Dessa forma, a metodologia aqui proposta realizou testes com diferentes bandas de abertura e fechamento das operações objetivando encontrar uma possível banda ótima que apresenta melhor IS (razão entre prêmio de risco e desvio-padrão) para negociação de *Pairs Trading*.

Para isso, foram selecionadas ações com elevada liquidez da Bovespa no período entre 2003 a 2014. Separaram-se 22 períodos de formação e 22 períodos de operação. Foram realizados testes de cointegração nos 22 períodos de formação e separados os pares cointegrados para serem testados nos respectivos

períodos de operação. Testaram-se diferentes bandas de abertura, fechamento e *stop*. Foram separadas três estratégias para uma análise mais detalhada. A estratégia 1, representando a sugestão operacional de Vidyamurthy (2004), obteve retorno líquido médio de 5,24% a.a. e IS anualizado médio de 0,33. A estratégia 2, representando os parâmetros da prática de mercado, conseguiu retorno líquido médio de 5,10% a.a. e IS anualizado médio de 0,31. A Estratégia 3, representando a banda com maior probabilidade de pares com quebra estrutural, apresentou retorno líquido médio de 8,29% a.a. e IS anualizado médio de 0,54. Dessa forma, os resultados obtidos reforçam a importância do uso da cointegração em estratégias *Pairs Trading*. Esta pode ser usada, com melhores resultados, por investidores individuais ou institucionais como alternativa ao uso da correlação.

O presente trabalho está estruturado em quatro seções. A primeira é esta introdução. A segunda seção apresenta as fundamentações teóricas que cercam o tema. A terceira seção aborda a metodologia de estudo, definindo como será adotada a estratégia de *Pairs Trading*. A quarta seção apresenta os resultados obtidos com os pares testados no período de análise e a quinta seção apresenta as conclusões sobre o trabalho.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1. A Estratégia *Pairs Trading*

Segundo Jacobs *et al.* (1993), as estratégias *long-short* com ações objetivam explorar erros de precificação (*mispricing*⁵) mas mantendo a neutralidade ao mercado (*ex-ante*). Nessas operações, mantêm-se posições compradas e vendidas com exposições equivalentes ao risco de mercado em todo o tempo, anulando-o. Isso é alcançado quando se igualam os betas das posições compradas e vendidas, sendo esse uma medida da sensibilidade dos ativos aos movimentos no mercado como um todo.

³ O conceito de reversão à média está intrinsecamente ligado ao conceito de séries estacionárias. Em um processo estacionário, não é possível a série se afastar muito da média devido à variância da série ser finita.

⁴ Cointegração é uma relação estatística onde duas séries de tempo que são integradas de mesma ordem, d , podem ser combinadas linearmente para produzir uma única série temporal de ordem $d - b$, onde ($d > b > 0$). Em *pairs trading*, as séries de preços $I(1)$ são combinadas para produzir séries temporais estacionárias $I(0)$.

⁵ Em um *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), seria encontrar valores $\alpha > 0$.

Todavia, Alexander e Dimitriu (2005) afirmam que, apesar de as operações *long-short* serem ditas neutras ao mercado, se essas não forem desenhadas para ter beta-zero, não serão necessariamente neutras. Essa abordagem, sim, eliminaria, em tese, a exposição ao risco direcional do mercado.) Faz parte da estratégia usar os recursos obtidos com a posição vendida para financiar a posição comprada. Isso permite posições mais ou menos alavancadas.

Já para Vidyamurthy (2004), a definição de arbitragem estatística dos pares baseia-se no conceito de preços relativos. A ideia é explorar os desvios temporários de apreçamento (*mispricings*) entre dois ativos com características semelhantes. Esses desvios são medidos pela série temporal dos *spreads*. Quanto maior for o seu valor, maior é o desvio de apreçamento entre os dois ativos e maior tende a ser o potencial de lucro. A estratégia envolve assumir uma posição *long-short* (comprar uma ação e vender⁶ a outra) cada vez que o *spread* estiver longe da sua média histórica. A expectativa é de que o desvio de apreçamento irá se corrigir com o tempo. Quando isso acontecer, deve-se encerrar a operação.

2.2. Estratégias *Pairs Trading* baseadas em cointegração

Desde o trabalho seminal de Engle e Granger (1987), a cointegração tornou-se conceito fundamental para a econometria de séries temporais. Trata-se de uma técnica de investigação das tendências comuns em séries de tempo multivariadas. Ela fornece a metodologia necessária para se modelarem as dinâmicas de longo e de curto prazos⁷ de um sistema. Basicamente, trata-se de processo de duas etapas: primeiramente, quaisquer relações de equilíbrio de longo prazo entre preços são definidas. Em seguida, estima-se um modelo dinâmico de correlação dos retornos. Este é conhecido como modelo de correção de erro (VCE), o qual é responsável por criar um elo entre os desequilíbrios de curto prazo e a sua correção para o equilíbrio de longo prazo estimado.

Apesar de serem bastante usadas no mercado financeiro, as estratégias de administração de investimento baseadas somente nas correlações

não podem garantir um desempenho no longo prazo, porque não há um mecanismo que possa prever a possível reversão do ativo subjacente. Em outras palavras, ativos que possuem correlação alta podem ter seu *spread* aumentado indefinidamente. Corroborando essa ideia, Dunis e Ho (2005) mostraram que a cointegração é mais eficiente do que a correlação na gestão de carteiras *long-short*, já que revela uma relação de longo prazo e exige uma frequência menor de rebalanceamento das carteiras.

3. METODOLOGIA

Do trabalho de Engle e Granger (1987), as seguintes definições nos ajudam a formalizar a metodologia da cointegração:

Definição 1: Uma série temporal X_t é dita série integrada de ordem n , $I(n)$, se a n -ésima diferença da série for estacionária, $I(0)$.

Definição 2: Seja $X_{1,t}; X_{2,t}; \dots; X_{k,t}$ uma sequência de séries de tempo $I(1)$. Se existirem números reais $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$, diferentes de zero, tais que a combinação linear de $X_{1,t}; X_{2,t}; \dots; X_{k,t}$ como na equação (1), forme uma série $I(0)$, então $X_{1,t}; X_{2,t}; \dots; X_{k,t}$ são ditas cointegradas.

$$\beta_1 X_{1,t} + \beta_2 X_{2,t} + \dots + \beta_k X_{k,t} \quad (1)$$

Assim, segundo Vidyamurthy (2004) e Enders (2002), a cointegração é uma relação estatística onde duas séries de tempo integradas de mesma ordem, $I(d)$, podendo ser combinadas linearmente para produzir uma única série temporal integrada de ordem $d-b$, onde $(d > b > 0)$. Para detalhes adicionais a respeito da análise de cointegração, ver Enders (2002).

3.1. Teste de Cointegração de Engle-Granger

Este teste propõe uma metodologia de três passos para determinar se as variáveis são cointegradas. A primeira parte é testar se as variáveis a serem testadas são todas integradas de ordem um, $I(1)$. Em

⁶ Venda descoberta onde há a necessidade, no caso brasileiro, de alugar ações.

⁷ Através do Vetor de Correção de Erros.

seguida, estima-se o beta (*hedge ratio*) por mínimos quadrados ordinários (MQO) e armazenam-se os resíduos dessa regressão. Dela, obtém-se a relação da equação (2):

$$P_{x_t} + \beta \cdot P_{y_t} = z_t \quad (2)$$

Nessa equação, o termo do lado esquerdo representa a relação linear entre as séries de preço da ação x e da ação y em t ; β é o coeficiente de cointegração; z_t é o valor do *spread* no tempo t . É importante observar que a regressão é estimada sem intercepto. Conforme sugerido por Caldeira (2013), imagina-se que não há um preço mínimo para uma ação quando a outra vai à zero.

Se as variáveis forem cointegradas, os resíduos dessa regressão serão estacionários e o beta será a relação de longo prazo entre essas variáveis. Por derradeiro, testa-se a significância dos resíduos estimados com o teste de raiz unitária, ADF (Dickey-Fuller Aumentado)⁸. Se a hipótese nula de raiz unitária dos resíduos não for rejeitada, as variáveis não serão cointegradas. Em contraste, a rejeição da hipótese nula implica que as variáveis são cointegradas.

3.2. Teste de Cointegração de Johansen

A metodologia dos testes de Johansen para cointegração baseia-se nos autovalores de uma matriz estocástica e, de fato, consiste em um problema de correlação canônica similar ao de componentes principais. Procura-se a combinação linear que seja a mais estacionária possível, enquanto, nos testes de Engle-Granger, baseados em mínimos quadrados ordinários (MQO), busca-se a combinação linear de variância mínima.

A metodologia de Johansen começa com um vetor autoregressivo (VAR), de ordem p , dado por:

$$y_t = \mu + A_1 y_{t-1} + \dots + A_p y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (3)$$

onde y_t é um vetor ($n \times 1$) de variáveis $I(1)$; e ε_t é um vetor ($n \times 1$) de inovações. Esse VAR pode ser reescrito como:

$$\Delta y_t = \mu + \Pi y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (4)$$

onde $\Pi = \sum_{i=1}^p A_i - I$ e $\Gamma_i = -\sum_{j=i+1}^p A_j$.

Se o coeficiente da matriz Π reduziu a ordem $r < n$, então, existem matrizes ($n \times r$) α e β com ordem r tais que $\pi = \alpha\beta'$ e $\beta'y_t$ é estacionário; r é o número de relações de cointegração; os elementos de α são conhecidos como parâmetros de ajuste do modelo de correção do vetor de erro (VCE); e cada coluna de β é um vetor de cointegração. Pode ser mostrado que, para um dado r , o estimador de máxima verossimilhança da significância dessas correlações canônicas e, conseqüentemente, da ordem reduzida da matriz Π são: o teste do traço e o teste do máximo autovalor, como mostram as seguintes equações:

$$J_{\text{traço}} = -T \sum_{i=r+1}^n \ln(1 - \hat{\lambda}_i) \quad (5)$$

$$J_{\text{Máximo Autovalor}} = -T \ln(1 - \hat{\lambda}_{r+1}) \quad (6)$$

O procedimento de Johansen é mais informativo que o de Engle-Granger porque identifica todas as relações de cointegração possíveis. Em geral, ele é empregado na análise de problemas econômicos nos quais, geralmente, existem muitas variáveis no sistema. Frequentemente, não há uma clara indicação de quais devem ser as variáveis dependentes na regressão de Engle-Granger.

3.3. Base de dados

A base de dados usada neste trabalho foi obtida através do sistema Economatica. Foram coletadas as cotações diárias de fechamento das ações que fizeram parte do Ibovespa durante o período de 02/01/2003 até o 30/12/2014. Os dados são corrigidos para dividendos, desdobramentos e bonificações.

As operações de *Pairs Trading* devem ser realizadas com ações que possuem elevada liquidez. Dessa forma, dá-se preferência àquelas que pertencem ao Índice Ibovespa, por já terem passado por um filtro de liquidez. No entanto, foram excluídas desse estudo as ações que não apresentaram, ao menos, um negócio por dia ao longo do período dos dados coletados. Das 70 ações que pertencem ao Índice Ibovespa, sobram 35 ações que cumprem os pré-requisitos de liquidez. Uma alternativa não utilizada neste trabalho, mas que também funcionaria para selecionar as ações é o uso de um

⁸ Os valores tabulados não são os obtidos convencionalmente para ADF. É necessário a tabela de Engle-Granger (1987) ou realizar o procedimento de MacKinnon (1991) que pondera pelo tamanho da amostra.

filtro de volume diário negociado para o ativo e uma restrição relacionada à disponibilidade de aluguel da ação, verificando se a taxa praticada está abaixo de um determinado limite. Para testes dos possíveis pares de ações formados, não são feitas restrições com fatores fundamentalistas (tais como: restrição de ações pertencerem ao mesmo setor, ações de empresas que apresentam lucro, limite máximo de endividamento, ações que pertencem a um mesmo grupo controlador).

Dividiu-se a amostra em períodos de formação (período em que são realizados os testes de cointegração e armazenamento de parâmetros) e período de operação (*trading*) (período em que são testados os pares que passaram nos testes de cointegração utilizando os parâmetros obtidos no período de formação)⁹. A duração de cada período de formação é de 2 semestres; do período de operação,

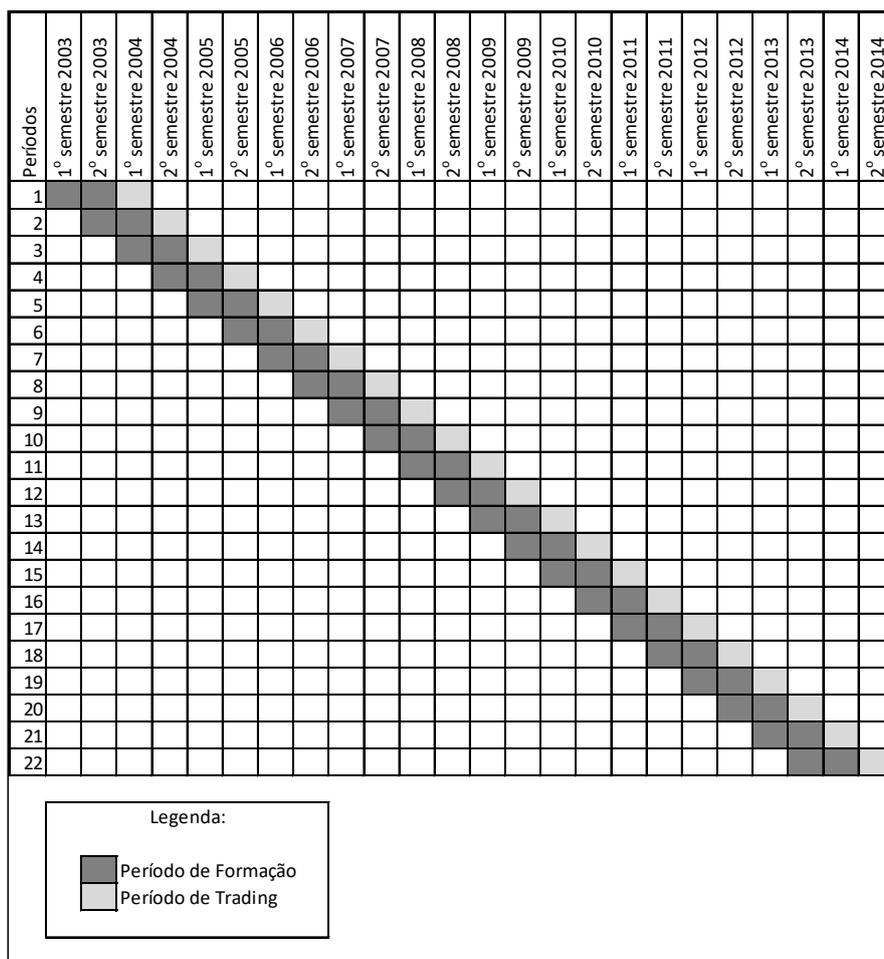
é de 1 semestre. Tendo em vista que o histórico utilizado é de 03/01/2003 a 30/12/2014, existem vinte e dois períodos de formação e vinte e dois períodos de operação, que podem ser observados na Figura 1.

Dentre todas as possíveis combinações de duas ações, podemos ter a seguinte quantidade de pares:

$$\text{Número de Pares} = \frac{q * (q - 1)}{n!} = \frac{35 * 34}{2!} = 595 \text{ Pares}$$

Assim, para cada período, temos 595 pares candidatos. Levando em consideração os vinte e dois períodos de formação, teremos 13.090 pares candidatos à estratégia *Pairs Trading* que envolve cointegração. Na Figura 1 abaixo, temos a apresentação dos 22 períodos de formação e dos 22 períodos de *trading*.

Figura 1 - Períodos de Formação e Períodos de Trading



Fonte: Elaboração própria.

⁹ A separação de períodos de formação e de períodos de operação são fundamentais para que a estratégia não incorra em problema de sobre ajuste (*overfitting*) de parâmetros.

3.4. Índice de Sharpe (IS):

Em cada período, o IS é calculado da seguinte forma:

$$IS = \sqrt{252} * \frac{\overline{Ret}_t}{\sigma_{Ret}_t} \quad (7)$$

Onde *IS* é o Índice de Sharpe anualizado do par. *Ret_t* é o retorno médio diário do par σ_{Ret}_t) é o desvio padrão do retorno diário do par. Conforme sugere Chan (2009), para anualizar o IS em operações de *Pairs Trading* é preciso que a fórmula multiplique por $\sqrt{252}$ que é o número de dias úteis em um ano.

O IS é um indicador de desempenho comumente aceito pelo mercado. A forma descrita na equação (8) não leva em consideração a taxa livre de risco. A escolha por essa alternativa se deve ao seu uso na literatura de *Quantitative Trading*. Essa versão do índice pode ser tratada como Razão da Informação (*Information Ratio*). O objetivo em anualizar o índice é torna-lo comparativo com a maioria dos trabalhos e estatística de fundos que anualizam os seus resultados.

3.5. Desenho de Operações

Em cada período de formação, foram realizados testes de cointegração de Engle e Granger, assim como os testes de traço e autovalor de Johansen. Os pares que passaram nos testes com 95% de certeza foram armazenados para calcular o *beta* de cointegração, a média do *spread* e o desvio-padrão. Com a posse desses parâmetros, obteve-se o *spread* normalizado. A partir do *spread* normalizado, realizaram-se simulações de *trading* dentro do período de formação e foram separados os pares que apresentaram IS maior ou igual a zero para serem testados no período de *trading*. Assim, foram testadas estratégias com diferentes bandas de abertura, fechamento e stop¹⁰.

A respeito do custo operacional, conforme Kabashima (2003), é possível elencar os quatro

principais custos e dividir em dois grupos. Os quatro são: o custo de aluguel; a corretagem; o *bid & ask spread* (diferencial entre o preço de compra e venda); e emolumentos. Os grupos podem ser divididos da seguinte forma: aqueles que são função de cada operação, independentemente do tempo; e os que são dependentes apenas do tempo de duração de cada operação. O aluguel é função do tempo e a corretagem, emolumentos, efeito *bid-ask spread* são decorrentes do número de operações. Para tornar este artigo mais próximo da realidade, tomamos, como condições de simulação, os seguintes parâmetros: a cada operação aberta ou fechada, há a incidência de 0,0345% em emolumentos, 0,05% como taxa de corretagem¹¹, 3% a.a. para a taxa de aluguel de ações, e não consideramos o efeito *bid-ask* no preço de fechamento. Todavia, utilizamos um filtro de liquidez diária para contornar possíveis problemas oriundos de elevado spread entre o valor de compra e venda.

4. RESULTADOS

As tabelas 1 e 2 apresentam os resultados das rentabilidades líquidas médias. Um resultado geral observado na tabela é que as operações que obtiveram menores rentabilidades médias são aquelas que apresentaram menor *stop*. Esse padrão se deve ao fato de que mesmo após encontrarmos pares cointegrados, o comportamento do *spread* normalizado em várias vezes não apresentou distribuição normal. Dessa forma, houve inúmeras operações que foram finalizadas sendo que acabariam por retornar a média. Todavia, é necessário utilizar o *stop*. A razão: ainda que, no passado, o par tenha aceitado a hipótese de cointegração, a série temporal pode sofrer uma quebra estrutural (fruto de mudanças nas empresas que compõem o par) e o comportamento atual pode divergir do padrão histórico encontrado.

¹⁰ Todas as estratégias do artigo atribuíram um valor de risco máximo para o *Spread*. Atingido esse valor da banda, a operação era fechada independentemente de lucro ou prejuízo. Outro fator de risco é o tempo. As operações com os pares sempre são fechadas no término do período de operação. Por conta disso, há limite de risco determinado por um *Stop tempo*. Uma alternativa de *Stop tempo* que não foi investigada na dissertação é a modelagem da meia-vida do *spread* do par através da equação de Ornstein-Uhlenbeck

¹¹ Valor para 90% de devolução (rebate) na corretagem variável da tabela Bovespa.

Tabela 1 - Rentabilidade líquida média dos pares com banda de fechamento $0,5\sigma$

		Rentabilidade Média por Parâmetros Variáveis - Fechamento $\leq 0,5 $								
		Stop Loss								Sem Stop
Banda de Abertura		1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00	
	1,00	-0,88%	-1,38%	-0,76%	0,15%	0,75%	1,36%	2,02%	2,59%	3,38%
	1,50	x	-1,72%	-1,49%	-0,67%	-0,02%	0,64%	1,31%	1,90%	2,72%
	2,00	x	x	-1,12%	-0,29%	0,30%	1,00%	1,72%	2,36%	3,25%
	2,50	x	x	x	-0,45%	-0,05%	0,96%	1,77%	2,52%	3,56%
	3,00	x	x	x	x	-0,01%	0,43%	1,40%	2,29%	3,52%
	3,50	x	x	x	x	x	0,55%	1,83%	2,67%	4,06%
	4,00	x	x	x	x	x	x	0,76%	1,67%	3,59%

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 2 - Rentabilidade líquida média dos pares com a banda de fechamento $0,1\sigma$

		Rentabilidade Média por Parâmetros Variáveis - Fechamento $\leq 0,1 $								
		Stop Loss								Sem Stop
Banda de Abertura		1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00	
	1,00	-1,69%	-2,66%	-2,19%	-1,34%	-0,76%	-0,15%	0,52%	1,07%	1,83%
	1,50	x	-2,67%	-2,80%	-2,01%	-1,42%	-0,80%	-0,13%	0,43%	1,25%
	2,00	x	x	-2,39%	-1,75%	-1,16%	-0,56%	0,14%	0,76%	1,63%
	2,50	x	x	x	-1,56%	-1,12%	-0,37%	0,43%	1,16%	2,16%
	3,00	x	x	x	x	-1,33%	-0,54%	0,42%	1,29%	2,47%
	3,50	x	x	x	x	x	-2,57%	1,27%	2,10%	3,43%
	4,00	x	x	x	x	x	x	0,75%	1,65%	3,35%

Fonte: Elaboração própria.

Nas tabelas 3 e 4 apresentamos o IS médio das estratégias. Foram avaliadas bandas de abertura de σ a 4σ com intervalos de $0,5\sigma$ e bandas de *stop* de $1,5\sigma$ a 5σ com intervalos de $0,5\sigma$. Também foi testada a

estratégia sem *stop*. As bandas de fechamento em $0,1\sigma$ e $0,5\sigma$. Os resultados deixam claro o mesmo padrão formado nas tabelas 1 e 2.

Tabela 3 - IS médio dos pares com a banda de fechamento $0,5\sigma$

		IS Médio por Parâmetros Variáveis $\leq 0,5 $								
		Stop Loss								Sem Stop
Banda de Abertura		1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00	
	1,00	-0,14	-0,17	-0,07	0,04	0,13	0,20	0,27	0,33	0,47
	1,50	x	-0,26	-0,16	-0,05	0,06	0,14	0,22	0,29	0,44
	2,00	x	x	-0,17	-0,01	0,10	0,19	0,27	0,35	0,51
	2,50	x	x	x	-0,15	0,00	0,12	0,23	0,32	0,51
	3,00	x	x	x	x	-0,15	0,04	0,17	0,28	0,51
	3,50	x	x	x	x	x	-0,05	0,16	0,28	0,54
	4,00	x	x	x	x	x	x	-0,05	0,17	0,52

Fonte: Elaboração do próprio autor

Tabela 4 - IS médio dos pares com a banda de fechamento 0,1 σ

IS Médio por Parâmetros Variáveis $\leq |0,1|$

		Stop Loss							Sem Stop	
		1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00	
Banda de Abertura	1,00	-0,27	-0,32	-0,22	-0,11	-0,01	0,05	0,13	0,18	0,32
	1,50	x	-0,40	-0,30	-0,18	-0,07	0,01	0,09	0,15	0,30
	2,00	x	x	-0,30	-0,14	-0,03	0,06	0,15	0,22	0,38
	2,50	x	x	x	-0,27	-0,12	-0,01	0,10	0,19	0,39
	3,00	x	x	x	x	-0,24	-0,09	0,04	0,15	0,38
	3,50	x	x	x	x	x	-0,16	0,06	0,18	0,44
	4,00	x	x	x	x	x	x	-0,11	0,10	0,44

Fonte: Elaboração do próprio autor

Como podem ser observados, os melhores resultados médios foram obtidos na banda de abertura de 3,5 σ e na banda de stop a partir de 4,5 σ . No entanto, quanto maior a banda de abertura, menor a possibilidade de encontrar pares para negociar. Ao utilizar apenas 1 σ como banda de abertura, temos 449 pares que deram oportunidades de operação. Quando utilizado 2,5 σ como banda de abertura passamos a ter 376 pares. Em 3,5 σ unidades de abertura, apenas 286 pares restaram. Dessa forma, quanto maior o desvio para abertura de trade, menor a quantidade de pares que surgem com oportunidade de operar.

Conforme Vidyamurthy (2004), o lucro depende da unidade de desvio de abertura e da probabilidade de o *spread* atingir aquele nível. No caso de uma série que se comporte como um ruído branco, é conhecido o ponto de máximo lucro, porque a função de distribuição de probabilidade se trata da curva normal. No entanto, na prática, esse não é o caso. Cada par cointegrado pode apresentar uma série residual com distribuição diferente da normal.

Para fazer maiores afirmações sobre o desvio ótimo para operar, seria necessário estimar a função de densidade de probabilidade para cada par, para estimar o ponto ótimo a partir das probabilidades obtidas e assim apostar que essa se mantenha. Dessa forma, preferimos apenas relatar os melhores dados para cada banda e, ao fim, explorar os melhores resultados médios.

Por fim, ao comparar a tabela 1 com a 2 e simultaneamente comparar a 3 com a 4, concluímos que as médias para operações com fechamento em $\pm 0,5\sigma$ foram superiores às de operações com

fechamento $\pm 0,1\sigma$. Pela natureza estocástica da operação, a justificativa para um melhor resultado em $\pm 0,5$ se deve à maior probabilidade de o *spread* voltar a uma região de proximidade à média estimada do que para o valor da média. Quanto maior a banda para o fechamento, maior a probabilidade do retorno do *spread*. Para apurar detalhes, separamos três estratégias diferentes que apresentaram médias positivas de rentabilidade líquida e de IS médio.

4.1. Resultados da Estratégia 1

A estratégia 1 consistiu na compra do par quando o *spread* normalizado estivesse abaixo de -1σ e venda do par quando o *spread* normalizado estivesse acima de 1σ . O valor de 1σ não é usualmente praticado no mercado. Observam-se, em estudos¹² e na prática¹³ de mercado, intervalos de 2σ a 3σ como ponto para abertura de operações. No entanto, Vidyamurthy (2004) sugere que, no caso de uma série ruído branco, a banda ótima estaria perto de $0,75\sigma$. Por isso, essa estratégia testou bandas menores do que as praticadas no mercado. O encerramento das operações ocorreria quando essas estivessem a $\pm 0,5\sigma$. Como medida de *stop loss*, os pares que tivessem operações abertas e atingiram $\pm 5\sigma$ tiveram as operações fechadas. Não foi aberta nova operação até o par voltar à média. Para não superestimar os retornos, assumimos que o capital durante o período que não esteve em operação não foi para a renda fixa. Através desta simulação, foi possível ranquear¹⁴ o IS dos pares dentro do período de

¹² Caldeira (2013)

¹³ Relatórios de operações da Ágora, XP Investimentos, Clear CTVM para o ano de 2013.

¹⁴ O ranqueamento consistiu em realizar o backtesting dentro do período de formação.

formação. Os pares que obtiveram IS maior ou igual a zero no período de formação foram selecionados para avaliar o desempenho no período de *trading*.

No período de *trading*, foram utilizados os parâmetros média, beta e desvio-padrão estimados no período de formação para avaliar o retorno e o IS no período fora da amostra. Como pode ser observado ver na tabela 5, foram selecionados 449 pares totais durante todos os períodos de *trading*. A média de retorno líquido da estratégia foi de 2,59% a.s. (5,25% a.a.). O valor mais frequente obtido pela mediana foi de 2,21% a.s. (4,47% a.a.). A pior rentabilidade obtida foi de -61,75% a.s. (-85,37% a.a.). A melhor rentabilidade obtida foi de 97,39% a.s. (289,64% a.a.).

Como podemos ver na tabela 6, dos 449 pares totais, obtivemos 209 com rentabilidade negativa (46,55% dos pares) e 240 com rentabilidade positiva (53,45% dos pares). A rentabilidade média dos pares que apresentaram rentabilidade positiva foi de 19,52% a.s. (42,85% a.a.). A rentabilidade média dos pares que apresentaram rentabilidade negativa foi de -16,86% a.s. (-30,88% a.a.). O valor mais frequente foi positivo. Quanto à distribuição dos retornos, temos a rejeição da hipótese de distribuição normal pelo teste de Jarque-Bera (JB). O IS médio da estratégia foi de 0,33 a.a..

Tabela 5 - Estatística descritiva das rentabilidades líquidas da estratégia 1

<i>Estatística Descritiva - Estratégia 1</i>	
Média	2,59%
Erro padrão	1,11%
Mediana	2,21%
Desvio padrão	23,43%
Variância da amostra	5,49%
Curtose	1,01
Assimetria	0,53
Intervalo	159,13%
Mínimo	-61,75%
Máximo	97,39%
Soma	1161,05%
Contagem	449

Fonte: Elaboração do próprio autor

Tabela 6 - Análise descritiva das rentabilidades líquidas da estratégia 1

<i>Análise Descritiva - Estratégia 1</i>	
Pares Totais utilizados na Estratégia	449
Pares com Rent. Líquida <0	209
Pares com Rent. Líquida >0	240
Média Positiva de Rentabilidade	19,52%
Média Negativa de Rentabilidade	-16,86%
% de Pares com Rent. Líquida >0	53,45%
% de Pares com Rent. Líquida <0	46,55%

Fonte: Elaboração do próprio autor

4.2. Resultados da Estratégia 2

A estratégia 2 consistiu na compra do par quando o *spread* normalizado estivesse abaixo de $-2,5\sigma$ e na venda do par quando o *spread* normalizado estivesse acima de $2,5\sigma$. Essa medida é comumente utilizada no mercado conforme falado na seção anterior. Dessa forma, essa banda foi escolhida para investigar os resultados da estratégia praticada no mercado. O encerramento das operações quando o *spread* estivesse a $\pm 0,5\sigma$. Como medida de *Stop*, os pares que tivessem operações abertas e atingiram $\pm 5\sigma$, tiveram as operações fechadas.

Conforme pode ser visualizado na tabela 7, foram selecionados 376 pares totais durante todos os períodos de *trading*. A média de retorno líquido da estratégia foi de 2,52% a.s. (5,10% a.a.). O valor mais frequente obtido pela mediana foi de 2,02% a.s. (4,08% a.a.). A pior rentabilidade obtida foi de -56,97% a.s. (-81,48% a.a.). A melhor rentabilidade obtida foi de 79,95% a.s. (223,82% a.a.). Conforme pode ser visto na tabela 8, dos 376 pares totais, obtivemos 171 com rentabilidade negativa (45,58% dos pares) e 205 com rentabilidade positiva (54,52% dos pares). A rentabilidade média dos pares que apresentaram rentabilidade positiva foi de 16,91% a.s. (36,68% a.a.). A rentabilidade média dos pares que apresentaram rentabilidade negativa foi de -14,73% a.s. (-27,29% a.a.). Apesar de o valor mais frequente ser positivo, a distribuição dos retornos rejeita a hipótese de curva normal pelo teste de Jarque-Bera (JB), e o histograma apresenta pontos extremos na parte positiva da cauda. O IS médio da estratégia foi de 0,31 a.a..

Tabela 7 - Estatística descritiva das rentabilidades líquidas da estratégia 2

<i>Estatística Descritiva - Estratégia 2</i>	
Média	2,52%
Erro padrão	1,04%
Mediana	2,02%
Desvio padrão	20,10%
Variância da amostra	4,04%
Curtose	0,67
Assimetria	0,36
Intervalo	136,92%
Mínimo	-56,97%
Máximo	79,95%
Soma	947,61%
Contagem	376

Fonte: Elaboração do próprio autor

Tabela 8 - Análise descritiva das rentabilidades líquidas da estratégia 2

<i>Análise Descritiva - Estratégia 2</i>	
Pares Totais utilizados na Estratégia	376
Pares com Rent. Líquida <0	171
Pares com Rent. Líquida >0	205
Média Positiva de Rentabilidade	16,91%
Média Negativa de Rentabilidade	-14,73%
% de Pares com Rent. Líquida >0	54,52%
% de Pares com Rent. Líquida <0	45,48%

Fonte: Elaboração do próprio autor

4.3. Resultados da Estratégia 3

A estratégia 3 consistiu na compra do par quando o *spread* normalizado estivesse abaixo de $-3,5\sigma$ e ou venda do par quando o *spread* normalizado estivesse acima de $3,5\sigma$. Como há maior possibilidade de retorno, menor quantidade de operações e possibilidade de o *spread* se encontrar em uma faixa mais provável de quebra estrutural, investigam-se operações com banda maior que 3 desvios. O encerramento das operações foi realizado quando

esse estivesse a $\pm 0,5\sigma$. Não houve utilização de *Stop Loss*. Não foi aberta nova operação até o par voltar à média. Através desta simulação, foi possível ranquear o IS dos pares dentro do período de formação. Os pares que obtiveram IS maior ou igual a zero no período de formação foram selecionados para avaliar o desempenho no período de *trading*.

Como podemos ver na tabela 9, foram selecionados 286 pares totais durante todos os períodos de *trading*. A média de retorno líquido da estratégia foi de 4,06% a.s. (8,29% a.a.). O valor mais frequente obtido pela mediana foi de 3,77% (3,68% a.a.). A pior rentabilidade obtida foi de -48,51% a.s. (-73,49% a.a.). A melhor rentabilidade obtida foi de 72,58% a.s. (197,84% a.a.).

Na tabela 10, podemos ver que, dos 286 pares totais, obtivemos 128 com rentabilidade negativa (44,76% dos pares) e 158 com rentabilidade positiva (55,24% dos pares). A rentabilidade média dos pares que apresentaram rentabilidade positiva foi de 17,36% a.s. (37,73% a.a.). Para os negativos, esta foi de -12,36% a.s. (-23,19% a.a.). Apesar de o valor mais frequente ser positivo, a distribuição dos retornos rejeita a hipótese de curva normal pelo teste de Jarque-Bera (JB), e o histograma apresenta pontos extremos na parte positiva da cauda. O IS médio da estratégia foi de 0,54 a.a..

Tabela 9 - Estatística descritiva das rentabilidades líquidas da Estratégia 3

<i>Estatística Descritiva - Estratégia 3</i>	
Média	4,06%
Erro padrão	1,13%
Mediana	3,77%
Desvio padrão	19,18%
Variância da amostra	3,68%
Curtose	1,11
Assimetria	0,33
Intervalo	121,09%
Mínimo	-48,51%
Máximo	72,58%
Soma	1161,66%
Contagem	286

Fonte: Elaboração do próprio autor

Tabela 10 - Análise descritiva das rentabilidades líquidas da Estratégia 3

<i>Análise Descritiva - Estratégia 3</i>	
Pares Totais utilizados na Estratégia	286
Pares com Rent. Líquida <0	128
Pares com Rent. Líquida >0	158
Média Positiva de Rentabilidade	17,36%
Média Negativa de Rentabilidade	-12,36%
% de Pares com Rent. Líquida >0	55,24%
% de Pares com Rent. Líquida <0	44,76%

Fonte: Elaboração do próprio autor

4.4. Comparativo entre as Estratégias

O objetivo principal de separar as três estratégias diferentes para uma análise mais apurada foi investigar práticas do mercado e sugestões de trabalhos anteriores a respeito da melhor banda de abertura para operações.

Entre as três estratégias analisadas, a estratégia 3 apresentou melhor rentabilidade média e IS médio.

Todavia, ela teve poucos pares quando comparada com as demais. Isso mostra uma maior inviabilidade operacional, uma vez que é raro o aparecimento de oportunidades e o tempo de espera para abertura de operações afeta negativamente o retorno acumulado de sucessivas operações. Conforme pode ser observado na tabela 11, a estratégia 1 apresentou resultados médios (rentabilidade líquida e IS, mediana) superiores à estratégia 2. A rentabilidade média dos pares positivos foi de 46,55% a.a. na estratégia 1 contra 45,48% a.a. na estratégia 2. Além disso, apresentou maior quantidade de pares gerando oportunidade de operações em relação à estratégia 2 (449 versus 376 pares com oportunidades). Dessa forma, os dados apontam um benefício maior para os investidores utilizarem valores mais próximos de 1 desvio para abertura de operações do que entre 2 e 3 desvios. A razão encontra-se no elevado percentual do total de pares em que o resíduo possui distribuição semelhante a normal. Esse resultado apenas confirma o que sugere Vidyamurthy (2004) sobre uma faixa ótima para abertura dos pares.

Tabela 11 - Comparativo das três estratégias com dados anualizados

Comparativo das Estratégias - Dados Anualizados			
Estratégias	Estratégia 1	Estratégia 2	Estratégia 3
Taxa Média	5,24%	5,10%	8,29%
Mediana	4,48%	4,09%	7,68%
Desvio Padrão	23,43%	20,10%	19,18%
Mínimo	-61,75%	-56,97%	-48,51%
Máximo	97,39%	79,95%	72,58%
Contagem	449	376	286
Tempo Médio de Duração (dias)	33	33	53
Índice de Sharpe Médio			
% de Pares com Rent. Líquida >0	53,45%	54,52%	55,24%
% de Pares com Rent. Líquida <0	46,55%	45,48%	44,76%
Média Positiva de Rentabilidade	42,85%	36,68%	37,74%
Média Negativa de Rentabilidade	-30,88%	-27,29%	-23,18%

Fonte: Elaboração do próprio autor

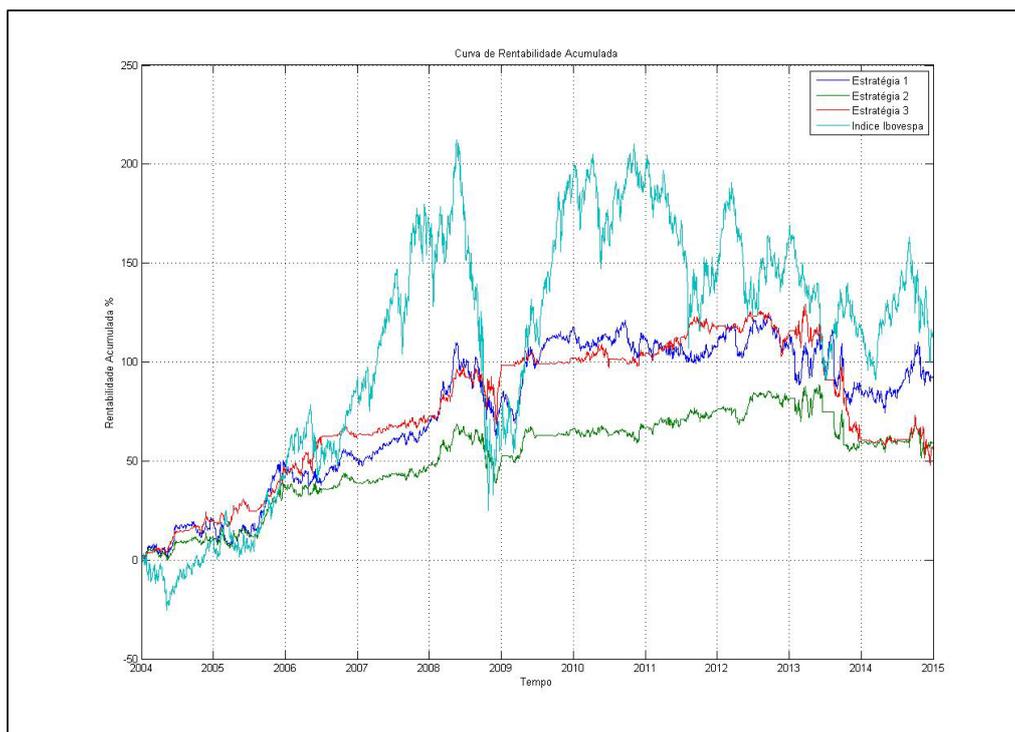
Outro padrão apurado nos pares é o tempo médio de duração das estratégias em dias. Quanto menor a banda de abertura, menor o tempo médio de duração da estratégia. Um fator que também pode ser responsável pela redução do tempo médio é a

utilização da banda de *Stop*. A razão é que operações que aumentam o *spread* indefinidamente só são encerradas no fim do período de operação enquanto que, na presença do *stop*, elas são encerradas antes.

As três estratégias apresentaram rentabilidades médias e IS médio positivos. Além disso, tivemos maior quantidade de pares com rentabilidade positiva em todas as três estratégias. Para entender melhor o comportamento da estratégia na montagem de uma carteira, criou-se uma carteira

composta de iguais pesos entre os n ativos filtrados¹⁵ o período de formação. A figura 2 nos aponta o desempenho do retorno acumulado das carteiras referentes à estratégia 1, 2, 3 e ao Índice Ibovespa (IBOV): o principal *benchmark* do mercado de capitais no Brasil.

Figura 2 - Rentabilidade Acumulada das Estratégias como uma carteira de investimentos.



Fonte: Elaboração do próprio autor

A figura 2 nos revela que apesar de o IBOV apresentar maior retorno acumulado no período, ele também apresenta maior volatilidade. Como a estratégia de *Pairs Trading* permite maior alavancagem¹⁶, é possível utilizar do comportamento menos volátil da estratégia para desenhar uma curva com maior retorno acumulado. Quanto ao desempenho das estratégias, a estratégia 1 apresentou melhor desempenho, tanto no quesito retorno máximo alcançado como no retorno final acumulado, seguido da estratégia 3 e 2. Novamente, a razão que justifica essa vantagem operacional está atrelada à maior participação de pares em que os resíduos aceitam distribuição normal em relação ao total de pares operados. Assim, temos que o retorno

máximo converge para o retorno máximo teórico de Vidyamurthy (2004): $0,75\sigma$.

5. CONCLUSÃO

Este artigo propôs a utilização da técnica de cointegração na estratégia *Pairs Trading* com ações de elevada liquidez negociadas na BOVESPA durante o período de 2003 a 2014. A abordagem da cointegração explora a característica de reversão à média dos pares. A metodologia proposta se assemelha à de Caldeira (2013). Entretanto, trazemos, como contribuição, o estudo de diferentes

¹⁵ Ativos que passaram nos testes de cointegração e dentro do período de formação obtiveram $IS > 0$.

¹⁶ A alavancagem é possível porque a parte vendida financia a parte comprada. Na prática de mercado, o valor financeiro necessário na operação é dado pela diferença de chamada de margem entre os ativos.

bandas de abertura e de fechamento e a investigação da hipótese de Vidyamurthy (2004). Dessa forma, diferentemente dos trabalhos produzidos sobre *Pairs Trading*, propusemos a investigação de diversas bandas de abertura ($1,50\sigma$; $2,00\sigma$; $2,50\sigma$; $3,00\sigma$; $3,50\sigma$; $4,00\sigma$), *stop* ($2,00\sigma$; $2,50\sigma$; $3,00\sigma$; $3,50\sigma$; $4,00\sigma$; $4,50\sigma$; $5,00\sigma$) e fechamento ($\pm 0,1\sigma$; $\pm 0,5\sigma$). Através desses testes iniciais, foram separadas três diferentes estratégias para serem estudadas com maior detalhe.

Entre as três estratégias testadas, a estratégia 3 (abertura na banda de $\pm 3,5$, fechamento em $\pm 0,5$ e sem *stop*) apresentou melhor rentabilidade média e IS médio. Entretanto, ela apresentou poucos pares gerando oportunidades de operações (286 durante todo o período do estudo). Isso mostra pouca viabilidade operacional uma vez que é raro o aparecimento de operações (como o resultado obtido é o resultado líquido, o efeito de custos de transações já está sendo considerado e dessa forma é possível comparar o desempenho entre as estratégias). A estratégia 1 apresentou resultados médios (rentabilidade líquida e IS) superiores à estratégia 2. Além disso, a estratégia 1 apresentou maior quantidade de pares com oportunidade de operações em relação à estratégia 2 (449 versus 376 pares com oportunidades). Dessa forma, os dados apontam para um benefício maior para os investidores que utilizarem valores mais próximos de 1,00 para abertura de operações do que entre 2,00 e 3,00. Esse resultado apenas confirma o que sugere Vidyamurthy (2004) sobre uma faixa ótima para abertura dos pares.

Os resultados obtidos nesse trabalho também apontam que a utilização de *stop*, apesar de limitar o tamanho da perda por operação, modifica a probabilidade de sucesso da estratégia, uma vez que pares cointegrados podem não ter distribuição normal e o *spread* pode abrir em valores maiores que aqueles delimitados *ad-hoc* e, ainda assim, retornar à média. No entanto, a não utilização de *stop* possibilita manutenção da posição em pares que venham a sofrer quebra estrutural, continuem abrindo mais o *spread* e não mais apresentem retorno à média. Dessa forma, fica claro o *trade-off* para o operador entre utilizar ou não o *stop spread*. Entretanto, como os parâmetros de cointegração dos pares são otimizados em um período de formação, sempre haverá *stop* tempo para limitar o risco dessas operações.

O objetivo deste trabalho foi conciliar o embasamento teórico e o econométrico para aplicar em operações *Pairs Trading* no mercado financeiro brasileiro. O estudo mostrou-se promissor através dos resultados obtidos no *backtesting*, inclusive, levando em conta que é uma estratégia com desembolso mínimo de recursos. Estes se resumem, basicamente, às margens de garantia, permitindo maior alavancagem e rentabilidade que as envolvidas em ativos livres de risco.

A alternativa operacional para a estratégia que usa a correlação como métrica de operação não pôde ser testada. Não há, na literatura, testes com correlação do retorno dos pares no Brasil. Não foi investigada a hipótese alternativa de usar essa metodologia como contrafactual neste trabalho. A grande dificuldade do uso da correlação como contrafactual é a quantidade baixa de pares com elevada correlação (acima de 0,7) cumprindo os mesmos critérios de liquidez utilizados nos testes de cointegração.

A simulação utilizada neste trabalho, apesar de útil, é apenas uma aproximação para uma realidade mais complexa. A prática de mercado pode apresentar riscos que, muitas vezes, são subestimados numa simulação, tais como: efeito *bid & ask*; taxas de aluguel elevadas para ações menos líquidas; e problemas ou atrasos nos sistemas de envio e de execução de ordem.

Além disso, devemos considerar que há limitações quanto à metodologia utilizada no trabalho: o preço de fechamento das ações pode sofrer distorções devido ao leilão de fechamento de preços; a utilização de ações presentes no índice Ibovespa e que apresente ao menos um único negócio ao longo dos dias pode não significar elevada liquidez. Não obstante, uma mesma série temporal para otimização de parâmetros ou escolha de um melhor modelo pode gerar problema de *data snooping* (viés existente quando o mesmo conjunto de dados é utilizado para inferir ou escolher um melhor modelo otimizado).

A utilização da metodologia econométrica para estimação dos parâmetros em um período de dois semestres pode ser curta demais para a estabilidade desses. Além disso, conforme sugere Alexander (2005), o uso da abordagem da cointegração necessita de longas séries temporais para que seja detectada a tendência estocástica em comum entre os ativos.

Existem alguns pontos que podem ser testados em trabalhos posteriores. O primeiro é a separação de ações por um limite mínimo (ex.: R\$1.000.000,00/dia) de volume financeiro médio por dia. Pode-se também separar as ações pela taxa média de aluguel.

Também é possível avaliar o desempenho dos pares em uma carteira composta por esses. Pode-se limitar, por alguma métrica (ex.: melhor IS no período de formação), os melhores pares do período e separar para análise no período de operação. Um fator a ser adicionado à estratégia com o intuito de avaliar se há melhorias no desempenho médio dos pares é a utilização de um *stop* tempo modelado por Vetor de Correção de Erros (VCE) ou pela equação de Ornstein-Uhlenbeck. Apesar dessas modificações, os resultados já conseguidos neste trabalho reforçam o uso da técnica de cointegração como ferramenta importante para a gestão de recursos com estratégias *Pairs Trading*.

REFERÊNCIAS

ALEXANDER, C.; DIMITRU, A. **The Cointegration Alpha: Enhanced Index Tracking and Long-Short Equity Market Neutral Strategies**. ISMA Discussion Papers in Finance, 2002/08.

ANDRADE, S.C; PIETRO, V.D; SEASHOLES M.S. **Understanding the Profitability of Pairs Trading**. Working Paper, UC Berkeley Haas School, 2005.

BARBERIS, N.; THALER, R. **A Survey of Behavioral Finance**. Handbook of the Economics of Finance, G.M. Constantinides, M. Harris e R. Stulz, 2003.

BARROS, L.; SILVEIRA, A.; OLIVEIRA, R; YOSHINAGA, C. **Finanças Comportamentais: Uma Introdução**. VII SEMEAD. 2004.

BONDT, W. F. M. D.; THALER R. Does the stock market overreact? **Journal of Finance**, v. 40, n. 3, Papers and Proceeding of the Forty-Third Annual Meeting American Finance Association, Dallas, Texas, December 28-30, 793-805. 1984 (Jul., 1985).

BURGES, A. N. **Using cointegration to hedge and trade international equities**. In Sons, J. W. Editor, Applied Quantitative Methods for Trading and Investment, p. 41–69, 2003.

CALDEIRA, J. F. Arbitragem Estatística, Estratégia Long-Short *Pairs Trading*, Abordagem com Cointegração Aplicada ao Mercado de Ações Brasileiro. **Revista Economia**, Brasília, v. 14, n. 1, p. 521-546, 2013.

CHAN, Ernest P. **Quantitative Trading**. New York: John Wiley & sons. 2009

DUNIS, C. L.; HO, R. Cointegration portfolios of european equities for index tracking and market neutral strategies. **Journal of Asset Management**, v. 1, p. 33-52, 2005

DE LONG, J. BRADFORD; SHLEIFER, ANDREI; SUMMERS, LAWRENCE H.; WALDMANN, ROBERT J. **Noise Trader Risk in Financial Markets**, Harvard University Department of Economics, 1990.

ENDERS, Walter. **Applied Econometric Times Series**. New York: John Wiley & sons. 2002.

ENGLE, R. F.; GRANGER, C. Co-integration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing. **Econometrica**, v. 55, p. 251-276, 1987.

FAMA, E. F. Efficient capital markets: a review of theory and empirical work. **Journal of Finance**, Cambridge, v.25, p.383-417, 1970.

FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. Permanent and Temporary Components of Stock Prices. **Journal of Political Economy**, v. 96, n. 2, p. 246-273, 1988.

GATEV, E. ;GOETZMANN, W. N.; ROUWENHORST, K. G. **Pairs Trading: Performance of a Relative Value Arbitrage Rule**. Working Paper, Yale University, 2003.

GATEV, E.; GOETZMANN, G. W.; ROUWENHORST, K. 2006. Pairs Trading: Performance of a Relative Value Arbitrage Rule. **The Review of Financial Studies**, v. 19, p. 797-827.

JACOBS, B.; LEVY, K.; STARER, D. Long-Short Equity Investing. **Journal of Portfolio Management**, v. 1, p. 52-64, 1993.

JEGADEESH, N. Evidence of Predictable Behavior of Security Returns. **The Journal of Finance**, v. 45, n.3, p.881-898, 1990.

JENSEN, M. C. The performance of mutual funds in the period 1945-1964. **Journal of Finance**, v. 23, n.2, p.389-416, 1968.

JEGADEESH, N.; TITMAN, S. Returns to buying winners and selling losers: Implications for stock market efficiency. **Journal of Finance**, v. 48, p. 65-91, 1993

JEGADEESH, N.; TITMAN, S. Short-Horizon Return Reversals and the Bid-Ask spread. **Journal of Financial Intermediation**, v. 4, p116-132,1995.

KABASHIMA, E. M. *Pairs Trading: Aplicação no mercado acionário brasileiro*. FGV SP, 2005.

LAMONT, O. W.; THALER, R. H. Anomalies: The Law of One Price in Financial Markets. **The Journal of Economic Perspectives**, v.17, n.4, p.191-202, 2003.

LIN, Y.; MCRAE, M. GULATI, C. Loss Protection in *Pairs Trading* Through Minimum Profit Bounds: A Cointegration Approach. **Journal of Applied Mathematics and Decision Sciences**, v. 2006, p 1-14, 2006.

LONGO, E. M. L. *Pairs Trading: Uma aplicação ao Mercado Acionário Brasileiro*. Dissertação de Mestrado. FGV EESP, São Paulo, 2008.

LOWENSTEIN, R. **When Genius Failed: The Rise and Fall of Long-Term Capital Management**. Random House. 2000.

MACKINNON, J. G. **Critical values for cointegration tests**. In: Engle, R. F.; Granger, C. W. J. Long-run economic relationship: reading on cointegration. Oxford: Oxford, 1991.

MARKOWITZ, Harry M. Portfolio selection. **Journal of Finance**, 1952.

MARKOWITZ, H. 1959. **Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments**. New York: JohnWiley & Sons.

NATH, P. **High Frequency Pairs Trading with U.S. Treasury Securities: Risk and Rewards for Hedge Funds**. Working Paper, London Business School, 2003.

SHARPE, W. 1964. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. **Journal of Finance**, v. 19, p. 425–442.

TAKIMOTO, E. **A Estratégia Pairs Trading no Mercado de Ações Brasileiro**. IBMEC SP, 2007.

VIDYAMURTHY, G. *Pairs Trading: Quantitative Methods and Analysis*. Canada: John Wiley & Sons, 2004.